OMM - Ekonomski modeli

May 8, 2023

Modeli za određivanje optimalne proizvodnje i cene proizvoda koji donose maksimalni profit.

- **Monopol** - jedan ekskluzivni proizvođači/prodavac nekog proizvoda (npr. patentiran proizvod).
- **Duopol** - ekonomsko stanje kada postoje 2 proizvođača/prodavca iste robe.
- **Oligopol** - više od 2 (ali ne preterano veliki broj) proizvođača/prodavaca iste robe.
- **Savršena konkurencija** - puno proizvođača/prodavaca iste robe.

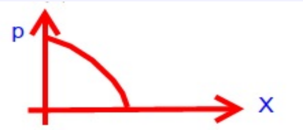
Veza cene i količine robe na tržištu

- X - količina robe
- p - cena robe
- **Funkcija tražnje** - Količina prodate robe funkcionalno zavisi od cene robe: $X = t(p)$:

  - monotono opadajuća kriva
  - seče X-osu u maksimalnoj količini robe koja može da se proda (pokloni) po nultoj ceni (ograničeno)
  - seče p-osu u maksimalnoj ceni po kojoj roba može da se proda

Koju cenu robe da postavimo da bi do u zadatom vremenskom intervalu prodali **sve**?

- Funkcija tražnje je monotona funkcija $\rightarrow$ postoji inverzna funkcija.
- **Inverzna funkcija tražnje** $p = p(X)$



  - monotono opadajuća funkcija
  - premala cena - prodaće se sve pre isteka vremenskog perioda, prevelika cena - ostaće neprodate robe

MONOPOL

Za neku robu postoji samo jedan proizvođač. Zadatak je maksimizovati profit (prihod umanjen za trošak)

Funkcija profita:

$$\boxed{\Pi(X) = R(X) - C(X) = p(X) \cdot X - C(X)}$$

- X - količina robe
- $R(X)$ - funkcija prihoda
- $C(X)$ - funkcija troškova (tehnologija, materijal, radna snaga, porezi...)
- $p(X)$ - inverzna funkcija tražnje

Za malo X malo je i $\Pi(X)$. Za veliko X, $\Pi(X)$ je opet malo. Optimalno $\Pi(X)$ je negde u sredini.

Uz pretpostavku da su $p(X)$ i $C(X)$ neprekidne i diferencijabilne, funkcija $\Pi(X)$ dostiže svoj maksimum u stacionarnoj tački:

$$\Pi(X) = 0$$
$$\Pi'(X) = R'(X) - C'(X) = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{R'(X) = C'(X)}$$

$R'(X)$ - "brzina" prihodovanja (**granični prihod**)
$C'(X)$ - "brzina" trošenja (**granični trošak**).

Primer

Inverzna funkcija tražnje je linearna funkcija:
$p(X) = a - bX$
$a, b > 0$

Troškovi se sastoje od fiksnog troška d i varijabilnog troška e:
$C(X) = d + eX$

$$\begin{aligned}\Pi(X) &= p(X) \cdot X - C(X) \\ &= (a - bX) \cdot X - (d + eX)\end{aligned}$$

$b > 0$ pa je $\Pi(X)$ konkavna kvadratna funkcija i dostiže svoj maksimum u tački X_o za koju:
$\frac{d\Pi}{dX} = a - 2bX - e = 0$

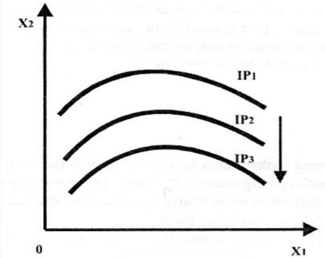
$$\Rightarrow \boxed{X_o = \frac{a-e}{2b}} \Rightarrow \boxed{\Pi_o = \Pi(X_o) = \frac{(a-e)^2}{4b} - d}$$

Kurnoov DUOPOL

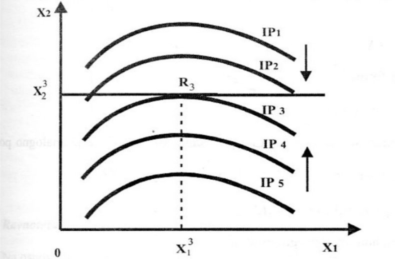
(Duopol) Postoje 2 proizvođača iste robe.
(Kurno) Svaki proizvođač se ponaša oportunistički.

- X_1 - količina robe prvog proizvođača
- X_2 - količina robe drugog proizvođača
- $X_1 + X_2$ - ukupna količina robe na tržištu
- $p(X_1 + X_2)$ - cena robe (inverzna funkcija tražnje)
- Prihodi oba proizvođača:
  $\Pi_1 = p(X_1 + X_2) \cdot X_1 - C_1(X_1)$
  $\Pi_2 = p(X_1 + X_2) \cdot X_2 - C_2(X_2)$

Prvi proizvođač se ponaša oportunistički:
za fiksirano X_2: $\frac{\partial \Pi_1}{\partial X_1} = 0 \Rightarrow \boxed{X_1 = r_1(X_2)}$ (**funkcija reakcije** za prvu firmu)



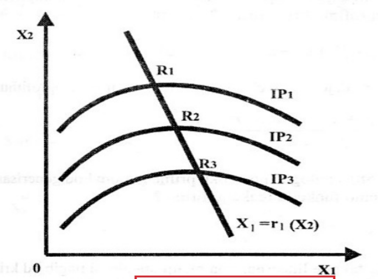
Slika 18. Izoprofitne krive firme 1



Slika 19. Optimalna ponuda firme 1, za datu ponudu firme 2

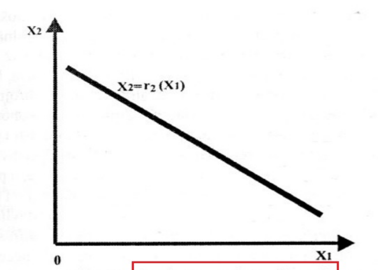
Izoprofitne krive - krive na kojima je u svakoj tački profit isti (IP1, IP2,...).
Niža kriva (na slici) = veći profit tj. IP3>IP2>IP1 (X_2 je manje, a X_1 isto, što znači da je $X_1 + X_2$ manje pa je zato cena veća. Pošto je X1 isto (troškovi isti), a cena veća, to je veći profit za prvu firmu).

Za različite izoprofitne krive, imamo različite preseke sa horizontalama. Povezivanjem dobijamo funkciju reakcije prve firme.



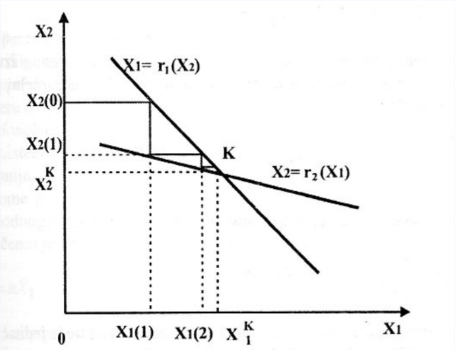
Slika 20. Funkcija reakcije firme 1

Drugi proizvođač se takođe ponaša oportunistički:
za fiksirano X_1: $\frac{\partial \Pi_2}{\partial X_2} = 0 \Rightarrow \boxed{X_2 = r_2(X_1)}$ (**funkcija reakcije** za drugu firmu)



Slika 21. Funkcija reakcije firme 2

Šta se dešava posle niza (oportunističkih) prilagođavanja oba proizvođača?



Slika 22. Ravnoteža Kurnoovog duopola i njena stabilnost

Kurno je dokazao da će niz prilagođavanja da konvergira ka presečnoj tački $K = (X_1^K, X_2^K)$ (**tačka ravnoteže Kurnoovog duopola**) i dokazao je stabilnost tog rešenja.

U tački $K = (X_1^K, X_2^K)$ važi i $\frac{\partial \Pi_1}{\partial X_1} = 0$ i $\frac{\partial \Pi_2}{\partial X_2} = 0$.

Primer

Inverzna funkcija tražnje je linearna funkcija (isto tržiste, isti proizvod):
$p(X) = a - bX, \quad a, b > 0$

Troškovi proizvodnje se sastoje od fiksnih troškova d_1, d_2 *i varijabilnih troškova* e_1, e_2*:*
$C_1(X) = d_1 + e_1 X$
$C_2(X) = d_2 + e_2 X$

$$\begin{cases} \Pi_1 = (a - b(X_1 + X_2)) \cdot X_1 - (d_1 + e_1 X_1) \\ \Pi_2 = (a - b(X_1 + X_2)) \cdot X_2 - (d_2 + e_2 X_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{e - e_1}{2b} - \frac{X_2}{2} \equiv r_1(X_2) \\ X_2 = \frac{e - e_2}{2b} - \frac{X_1}{2} \equiv r_2(X_1) \end{cases}$$

$$\boxed{X_1^K = \frac{a - 2e_1 + e_2}{3b}, \quad X_2^K = \frac{a - 2e_2 + e_1}{3b}}$$

Drugi modeli duopola

- **Štakelbergov duopol** - prvi proizvođač kreće prvi (lider), a zatim sledeći proizvođači (sledbenici) kreću za njim sekvencionalno.
- **Boulijev duopol** - oba proizvođača teže da ostvare lidersku poziciju u smislu da prodaju maksimalne količine robe. Duopolisti vode "rat" cena "do istrebljenja". Proizvođač pribegava politici niskih cena, koje bi trebalo da eliminišu konkurenciju i omoguće osvajanje celokupnog tržišta.
- **Bertranov duopol** - Pretpostavka iz Kurnoovog modela (proizvođač uzima količinu robe svog konkurenta kao fiksnu veličinu na osnovu čega odlučuje o količini koju će on proizvoditi) zamenjena je pretpostavkom da konkurenti istovremeno donose odluku o visini cene, pri čemu im je cena proizvoda rivala poznata.
- ...

Kome je dobar monopol (proizvođaču, kupcu, državi)? MONOPOL vs DUOPOL

- Linerne funkcije troškova i inverzne funkcije tražnje.
- a i b su vezane za tržište tako da su isti i u monopolu i u duopolu.
- Pretpostavimo $e_1 = e_2 = e$ - koriste istu tehnologiju, isti marginalni troškovi...
- Pretpostavimo $d_1 = d_2 = d^*$($\neq d$ u opštem slučaju).
- $d/2 \leq d^* \leq d$

Ravnotežna tačka Kurnoovog duopola:
$X_1^K = \frac{a-2e_1+e_2}{3b} = \frac{a-e}{3b}$, $X_2^K = \frac{a-2e_2+e_1}{3b} = \frac{a-e}{3b}$ $\Rightarrow X_1^K = X_2^K$ (isti)
Profiti:
$\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{(a-e)^2}{9b} - d^*$ (isti)

monopol	duopol
$X_o = \frac{a-e}{2b}$	$X_o^{(1,2)} = \frac{a-e}{3b}$
$\Pi_o = \frac{(a-e)^2}{4b} - d$	$\Pi_o^{(1,2)} = \frac{(a-e)^2}{9b} - d^*$

Zaključak:

- $X_o > X_o^{(1,2)}$
- $X_o^1 + X_o^2 > X_o$
- $p(X_o^1 + X_o^2) < p(X_o)$ (zbog monotonog opadanja inverzne funkcije tražnje)
  Više ljudi je kupilo robu po manjoj ceni!
- Ako su d i d^* relativno mali: $\Pi_o > \Pi_o^1 + \Pi_o^2$